

Oran-Oranti

Oran

$b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ ifade

- a ve b aynı birimde olma
3 elmanın 4 portakala or
- Oran, birimsizdir.

3 elmanın 4 elmaya oran

- $\frac{a}{b}$ ifadesi a:b olarak da ge

Örnek:

$$2x = 3y \text{ ise } \frac{x+2y}{x-2y} \text{ oranı k}$$

Çözüm:

$$x = 3k \text{ olsun.}$$

$$2 \underset{\substack{\uparrow \\ 3k}}{x} = 3y \Rightarrow 6k = 3y \Rightarrow y =$$

Sorularan ifadede bunları ku

$$\frac{x+2y}{x-2y} = \frac{3k+4k}{3k-4k} = \frac{7\cancel{k}}{-\cancel{k}} = -7$$

Orantı

iki veya daha fazla oranın e

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad (a:b = c:d = k)$$

$k \Rightarrow$ Orantı sabitidir.

$$\overbrace{a:b = c:d}^{\text{Dışlar}} \Rightarrow b.c = a.d \quad \left(\begin{array}{l} \text{İçler} \\ \text{Ça} \end{array} \right)$$

Örnek:

$$\frac{a}{20} = \frac{12}{15} \quad \text{ise } a \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

a. $\overset{3}{\cancel{15}} = 12 \cdot \overset{4}{\cancel{20}}$ olmalıdır.

$$a \cdot 3 = 48$$

$$a = 16 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = 6 \text{ olduğuna göre, } x$$

Çözüm:

$$\frac{x}{4} = 6 \text{ ise } x = 24 \text{ tür.}$$

$$\frac{y}{7} = 6 \text{ ise } y = 42 \text{ dir.}$$

$$x + 2y = 24 + 42 = 66 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{x+y}{y} = 3 \text{ ve } \frac{y-z}{z} = 4 \text{ ise}$$

Çözüm:

$$\frac{y-z}{z} = 4 \text{ ise } \Rightarrow \frac{y}{z} - \frac{z}{z} = 4$$

$$\frac{x+y}{y} = 3 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{y} = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2 \underset{\substack{\downarrow \\ 5z}}{y} \text{ dir. } \Rightarrow$$

$$\frac{2x-z}{y} = \frac{2 \cdot 10z - z}{5z} = \frac{20z - z}{5z} =$$

Örnek:

Bir okuldaki kız öğrencilerin

sayısına oranı $\frac{8}{9}$, öğretmenlerin

sayısına oranı $\frac{1}{10}$ olduğuna göre

okulda toplam kaç öğrenci vardır?

Çözüm:

Öğretmenlerin sayısına k d

Kız öğrencilerin sayısı $6k$ ol

$$\frac{\text{Kız Öğrenciler}}{\text{Erkek Öğrenciler}} = \frac{8}{9} \text{ ise } \frac{6k}{\text{Erkek Öğrenciler}} = \frac{8}{9}$$

$$4 \cdot (\text{Erkek Öğrenciler}) = 27k$$

$$\text{Erkek Öğrenciler} = \frac{27k}{4} \text{ olur}$$

510 öğrenci varsa,

$$\frac{27k}{4} + 6k = 510$$

$$27k + 24k$$

Üçlü Orantı

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

veya $a:b:c = d:e:f$

Örnek:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$$

ve $a - 2b + 3c = 0$

Çözüm:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \text{ olsun.}$$

$$a = 2k, b = 4k \text{ ve } c = 5k \text{ olsun}$$

$$a - 2b + 3c = 18 \text{ ise}$$

$$2k - 2 \cdot 4k + 3 \cdot 5k = 18$$

$$2k - 8k + 15k = 18$$

$$9k = 18$$

$$k = 2 \text{ dir. } \Rightarrow a = 2k = 2 \cdot 2 =$$

Örnek:

x, y, z sayıları sırasıyla 2, 3

$x - y + z = -20$ olduğuna göre

Çözüm:

$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$ dir. Bu orantını
 $\frac{1}{2}$

$x = 2k, y = 3k, z = \frac{k}{2}$ dir.

$x - y + z = -20$ ise

$$2k - 3k + \frac{k}{2} = -20$$

$$-\frac{k}{2} = -20 \Rightarrow k = 40 \text{ tır.}$$

$y = 3k = 3.40 = 120$ dir.

Not: Bir orantıda payları kendi arasında, paydaları da kendi arasında toplarsak orantı sabiti değişmez.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k \quad \text{ise} \quad \frac{a+b}{d+e}$$

0 dan farklı katsayılarla kes

$$\frac{x.a}{x.d} = \frac{y.b}{y.e} = \frac{z.c}{z.f} = k \quad \text{ise} \quad \frac{x.a}{z.c}$$

Örnek:

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = \frac{2}{3}$$

$$2a - b + 3c = 16$$

$$e - 3f = 6 \quad \text{ise} \quad \text{ise } a \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

Orantıdaki kesirleri uygun

$$\frac{2a}{2d} = \frac{-b}{-e} = \frac{3c}{3f} = \frac{2}{3} \quad \text{olur. Pay ve payda}$$

$$\frac{2a - b + 3c}{2d - e + 3f} = \frac{2}{3} \quad \text{olur. } 2a - b + 3c = 16 \text{ b}$$

$$\frac{16}{2d - (e - 3f)} = \frac{2}{3} \quad \text{olur. } e - 3f = 6 \text{ b}$$

$$\frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{2d - 6} = \frac{\cancel{2}}{3}$$

$$2d - 6 = 24 \Rightarrow 2d = 30 \Rightarrow$$

Başlangıçtaki orantıyı kulla

Not: Orantıdaki kesirlerin kaçınıcı kuvvetini aldıysak, orantı sabitinin de o kuvvetini almalıyız.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k \quad \text{ise} \quad \frac{a^n}{d^n} = k^n$$

Örnek:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \quad \text{ve} \quad a^2 - b^2 + 2c^2$$

(a, b ve c pozitiftir.)

Çözüm:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \text{ ise } \frac{a^2}{9} = \frac{b^2}{16} =$$

$$a^2 = 9k^2, \quad b^2 = 16k^2 \text{ ve } c =$$

$$a^2 - b^2 + 2c^2 = 172 \text{ ise}$$

$$9k^2 - 16k^2 + 2 \cdot 25k^2 = 172$$

$$9k^2 - 16k^2 + 50k^2 = 172$$

$$43k^2 = 172$$

$$k^2 = 4 \Rightarrow k = 2 \text{ dir.}$$

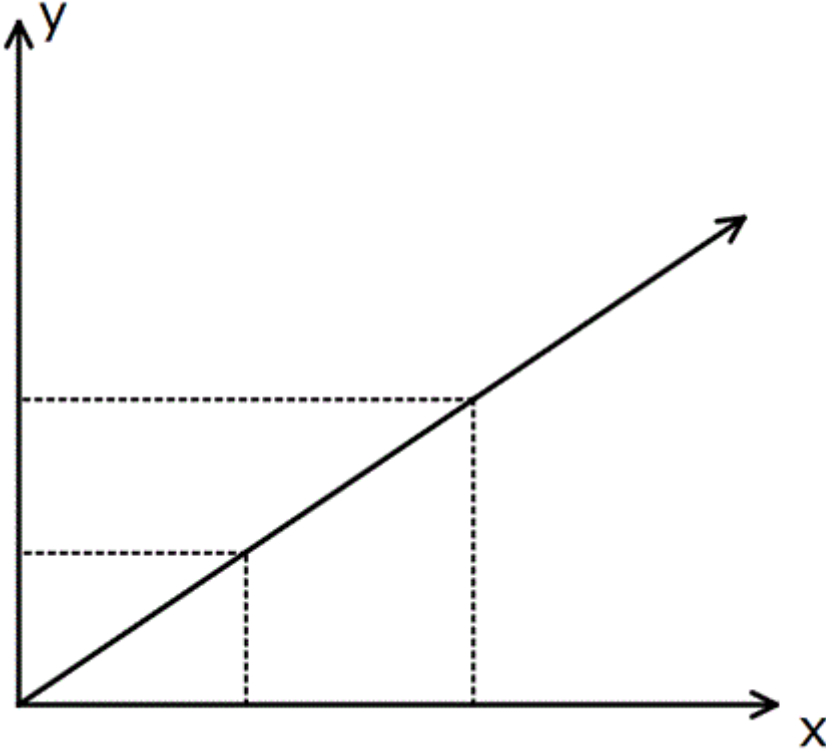
$$a + b = 3k + 4k = 7k = 7 \cdot 2 = 14$$

Orantı Çeşitleri
Doğru Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de artıyorsa veya biri azalırken diğeri de azalıyorsa doğru orantı vardır.

x ile y doğru orantılı ise $\frac{x}{y}$

Doğru orantı grafikleri ise aşağıdaki gibidir:



Örnek:

$(x + 2)$ sayısı $(2y - 3)$ sayısı ile

$x = 4$ iken $y = 3$ ise $x = 6$ ike

Çözüm:

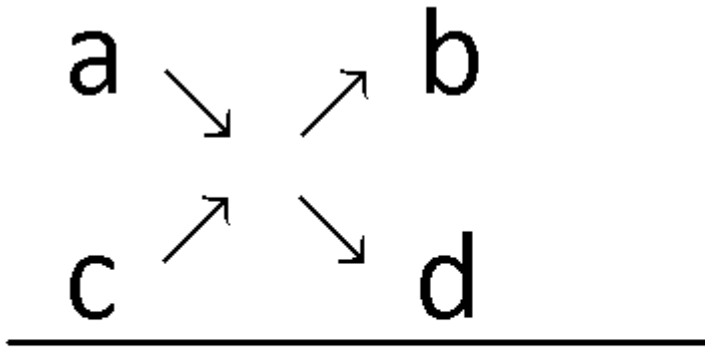
$$\frac{x+2}{2y-3} = k \text{ dır. İlk bilgiden}$$

$$\frac{\overset{4}{\underbrace{x+2}}}{\underset{3}{\underbrace{2y-3}}} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow k = 2 \text{ dir}$$

İkinci bilgiden y'yi bulabiliriz

$$\frac{\overset{6}{\underbrace{x+2}}}{2y-3} = 2 \Rightarrow \frac{8}{2y-3} = 2 =$$

Not: a ile b ve c ile d doğru orantılı ise,



D.O: $a.d = c.b$ dir. (Çapraz)

Örnek:

Bir araba 12 lt yakıt ile 200
uzunluğundaki bir yol için

Çözüm:

12 lt ↘ ↗ 200 km

x lt ↗ ↘ 300 km

$$\text{D.O: } 12 \cdot \overset{3}{\cancel{300}} = x \cdot \overset{2}{\cancel{200}} \quad d$$

$$36 = 2x \Rightarrow x =$$

Not: Sadece "orantılıdır" diye belirtiliyorsa bundan doğru orantıyı anlayacağız.

Örnek:

x, y ve z sayıları sırasıyla 2,

$x + 2y - z = 24$ ise $x - y$ kaç

Çözüm:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k \text{ dir.}$$

$$x + 2y - z = 24 \text{ ise}$$

$$2k + 2 \cdot 3k - 5k = 24$$

$$2k + 6k - 5k = 24$$

$$3k = 24 \Rightarrow k = 8 \text{ dir.}$$

$$x - y = 2k - 3k = -k = -8 \text{ dir}$$

Örnek:

Ali, Burak ve Ceyhun sırası
dadırlar. Kendilerine 240 0
yaşlarıyla orantılı olarak bu
vermişlerdir. Burak'ın payı
eksiktir?

Çözüm:

$$\frac{A}{21} = \frac{B}{24} = \frac{C}{27} \text{ orantısını kur}$$

laştırmak için her tarafı 3 ile
küçülmüş olur.

$$\frac{A}{7} = \frac{B}{8} = \frac{C}{9} \text{ olur. Bu orantın}$$

$$A = 7k, \quad B = 8k \text{ ve } C = 9k \text{ olu}$$

Toplamları 240 000 TL olm

$$7k + 8k + 9k = 240\ 000$$

$$24k = 240\ 000 \Rightarrow k = 10\ 000$$

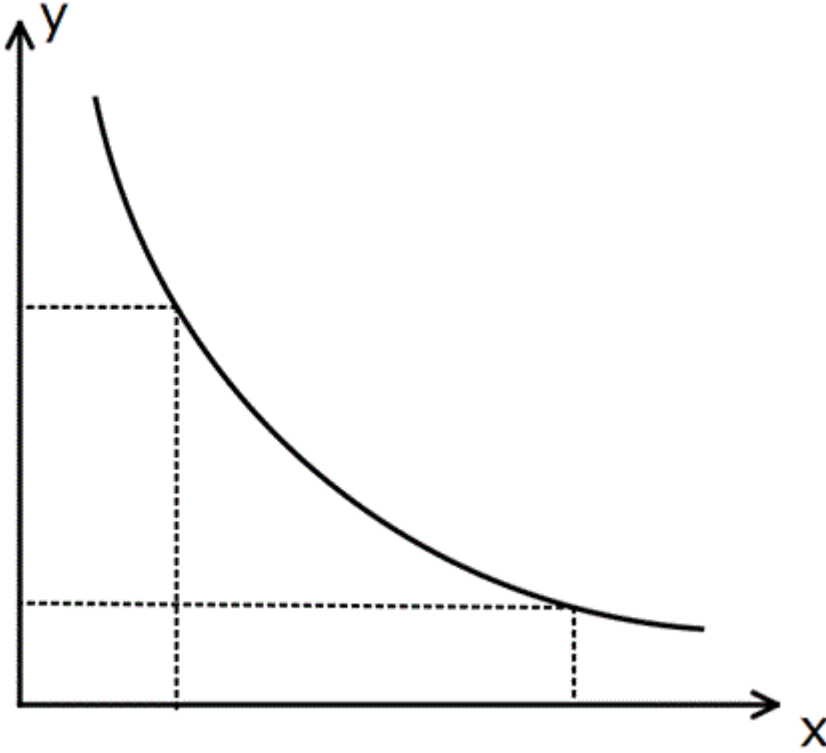
$$\text{Ceyhun} - \text{Burak} = 9k - 8k =$$

Ters Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri azalıyorsa veya biri azalırken diğeri artıyorsa burada ters orantı vardır.

x ile y ters orantılı ise $x \cdot y =$

Ters orantı grafikleri ise aşağıdaki gibidir:



Örnek:

$(x - 2)$ sayısı $(y + 3)$ sayısı ile

$x = 4$ iken $y = 3$ ise $x = 6$ ike

Çözüm:

$(x - 2) \cdot (y + 3) = k$ şeklinde b
ilk önce k 'yi bulalım.

$$\underbrace{(x - 2)}_4 \cdot \underbrace{(y + 3)}_3 = 2 \cdot 6 = 12 \Rightarrow$$

ikinci bilgiden y 'yi bulabili

$$\underbrace{(x - 2)}_6 \cdot (y + 3) = 12 \Rightarrow 4 \cdot (y -$$

Not: a ile b ve c ile d ters orantılı ise,

$$a \rightarrow b$$

$$c \rightarrow d$$

T.O: $a.b = c.d$ dir. (Yatay

Örnek:

2 işçinin 6 saatte fayans dö
kaç saatte bitirebilirdi?

Çözüm:

$$2 \text{ işçi} \rightarrow 6 \text{ saat}$$

$$3 \text{ işçi} \rightarrow x \text{ saat}$$

$$\text{T.O: } 2.6 = 3.x \Rightarrow 12 = 3$$

Örnek:

x , y ve z sayıları sırasıyla 3

$x - y + 2z = 15$ ise x kaçtır?

Çözüm:

$3x = 4y = 6z$ şeklinde bir eşitlik.

Bu eşitliği 3, 4 ve 6'nın en küçük ortak katıyla çarpalım.

EKOK(3, 4, 6) = 12'dir.

$3x = 4y = 6z = 12k$ şeklinde yazalım.

$x = 4k$, $y = 3k$ ve $z = 2k$ olur.

$$x - y + 2z = 15$$

$$4k - 3k + 2 \cdot 2k = 15$$

$$4k - 3k + 4k = 15$$

$$5k = 15$$

$$k = 3 \text{ tür.}$$

$$x = 4 \cdot k = 4 \cdot 3 = 12 \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir traktörün ön tekerliğini
leğinin yarıçapına oranı $\frac{3}{8}$
tekerleği 75 kez döndüğün
dönmüştür?

Çözüm:

İki tekerlek de aynı yolu gidiyor.
Tekerleğin yarıçapı azaldıkça dönüş sayısı artacaktır.

Yani ters orantı vardır.

Ön tekerleğin yarıçapı $3r$ ise dönüş sayısı x olur.
Arka tekerleğin yarıçapı $8r$ olur.

$$8r \rightarrow 75 \text{ kez}$$

$$\underline{3r \rightarrow x}$$

$$\text{T.O: } 8r \cdot 75 = 3r \cdot x \Rightarrow x = 200$$

Birleşik Orantı

Birden fazla orantı varsa, bu bir birleşik orantıdır.

x ile y doğru, z ile ters orantıdır.

Örnek:

$(x + 1)$ sayısı $(y + 2)$ sayısı ile
orantılıdır.

$x = 4$, $y = 3$ iken $z = 6$ olduğunda

$x = 2$, $y = 4$ iken z kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{x+1}{y+2} \cdot (z-2) = k \quad \text{şeklinde bi}$$

ilk bilgiden k'yı bulalım.

$$\frac{\overset{4}{\underbrace{x+1}}}{\underbrace{y+2}_3} \cdot \overset{6}{\underbrace{(z-2)}} = \frac{5}{5} \cdot 4 = 4 \quad \Rightarrow$$

İkinci bilgide z'yi bulabiliriz

$$\frac{\overset{2}{\underbrace{x+1}}}{\underbrace{y+2}_4} \cdot (z-2) = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}_2} \cdot (z-2)$$

Örnek:

1000 tane halıyı 4 makine 8
günde bitirmektedir. 1500
çalışarak 5 makine kaç gün

Çözüm:

Halı miktarı arttıkça gün sa
Makina sayısı arttıkça gün s
Günlük çalışma saati arttık

1000 halı ↘ ↗ 4 makina
1500 halı ↗ ↘ 5 makina

$$\frac{\cancel{1000} \cdot \cancel{5} \cdot 12 \cdot x}{2} = \frac{\cancel{1500} \cdot 4 \cdot 8}{3}$$

$$24x = 96 \Rightarrow x$$

II. Yol:

1. Yapılan iş

Örnek:

a ve b sayıları sırasıyla 3 ve 2 ile ters orantılıdır.

$3a - 2b + c = 12$ ise b kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = 2c \text{ şeklinde eşitlik}$$

$$a = 6c \text{ ve } b = 8c \text{ dir.}$$

$$3 \underbrace{a}_{6c} - 2 \underbrace{b}_{8c} + c = 12 \text{ ise}$$

$$18c - 16c + c = 12$$

$$3c = 12 \Rightarrow c = 4 \text{ tür.}$$

$$b = 8c = 8 \cdot 4 = 32 \text{ dir.}$$

Aritmetik Ortalama

n tane sayının toplamını n'ye bölersek aritmetik ortalamayı buluruz.

$$\text{Aritmetik Ortalama} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$

Örnek:

3 öğrenci bir sınavda 100, 104 ve 111 puan almışlardır. O halde, ortalama kaç puan almışlardır?

Çözüm:

$$\frac{100 + 104 + 111}{3} = \frac{315}{3} = 105$$

Not: n tane sayının aritmetik ortalaması x ise, bu sayıların toplamı n.x tir.

Örnek:

5 kişilik bir grubun yaş ortalaması 25'tir. Bu grupta yaş ortalaması 29 olan iki kişi varsa, grubun yaş ortalaması kaç olur?

Çözüm:

5 kişinin yaşları toplamı = 5

Sonradan gelen 2 kişinin ya

0 halde 7 kişinin yaşları to

$$\text{Yeni Ortalama} = \frac{168}{7} = 24$$

Not: n tane sayının aritmetik ortalaması x ise, bu sayıların her biri A ile çarpılıp, her birine B eklenirse yeni ortalama Ax+B olur.

Örnek:

Anne, baba ve 2 çocuktan

yaş ortalaması 25 tir. 5 yıl s

olur?

Çözüm:

Her biri 5'er yaş artacağı için
 $25 + 5 = 30$ olur.

Geometrik Ortalama

Geometrik Ortalama = $\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$

Örnek:

$x = 4$ ve 9 'un geometrik ortalaması

$y = 4, 9$ ve 48 'in geometrik ortalaması

olmak üzere, $\frac{x}{y}$ kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{4.9}}{\sqrt[3]{4.9 \cdot 48}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2 \cdot 16 \cdot 3}}$$

Not: Aritmetik ortalaması ile geometrik ortalaması eşit olan iki sayı birbirine eşittir.

Örnek:

$3a + b + 12$ ile $a - b - 8$ in a
geometrik ortalaması birbi
aritmetik ortalaması kaçtır

Çözüm:

Bu sayılar birbirine eşittir.

$$3a + b + 12 = a - b - 8$$

$$2a + 2b = -20$$

$$a + b = -10 \text{ dur.}$$

a ile b nin aritmetik ortalaması

$$\frac{a + b}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ tir.}$$

Orta Orantılı

a ve b pozitif olmak üzere,

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \implies x \text{ sayısı, a ve b}$$

$$x^2 = a.b \implies x =$$

Örnek:

3 ile 12 nin orta orantılısı x

x ile 12 nin aritmetik ortala

Çözüm:

$$\frac{3}{x} = \frac{x}{12} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

x ile 12 nin aritmetik ortalaması

$$\frac{x+12}{2} = \frac{6+12}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ du}$$